

ESERCIZI RELATIVI AL MOTO ESTERNO

In fluidodinamica vengono definiti “MOTI ESTERNI” quei fenomeni in cui vi sia moto di fluidi attorno a corpi.

A titolo esemplificativo, affrontiamo di seguito due esercizi sui moti esterni in cui il fluido considerato è l’aria.

ESERCIZIO 1

Si determini la velocità di caduta libera di una goccia d’acqua.

Nella realtà, durante il moto di caduta la goccia si deforma per effetto dell’aria, assumendo una forma schiacciata come quella riportata in fig. 1.1:

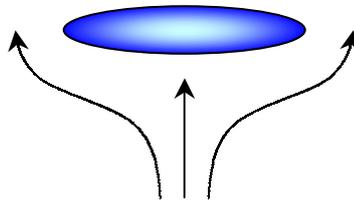


Fig. 1.1

Tuttavia, per semplicità, assumeremo valida l’ipotesi che la goccia mantenga la forma sferica anche durante il moto di caduta (fig. 1.2):

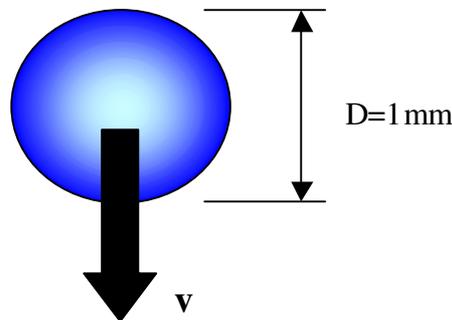


Fig. 1.2

Come noto, in assenza d’aria, la goccia cadrebbe di moto uniformemente accelerato, sotto la sola azione della forza peso ($m \cdot g$).

Tuttavia, la presenza dell’aria determina una resistenza al moto che aumenta con l’aumentare della velocità v di caduta. Ad un certo istante si raggiungerà pertanto un equilibrio dinamico, in cui le forze resistenti eguaglieranno la forza peso, stabilizzando la velocità di caduta ad un valore v_{\max} .

SOLUZIONE:

Nel caso specifico, come schematizzato in fig. 1.3, la goccia in caduta risulta soggetta a 3 forze verticali:

1. $P = m \cdot g$: (forza peso), diretta ovviamente verso il basso;
2. F_T : (forza di trascinamento), dovuta alla resistenza dell'aria, e diretta in senso opposto al moto, ovvero verso l'alto;
3. F_G : (forza di galleggiamento), dovuta alla spinta di Archimede* e diretta verso l'alto.

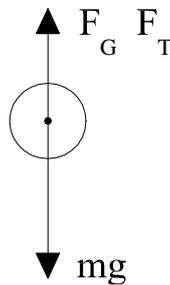


Fig. 1.3

L'obiettivo è dunque quello di determinare la velocità v_{\max} che si raggiunge in condizione di equilibrio dinamico, ovvero quando le forze agenti sulla goccia si equilibrano reciprocamente:

$$P = F_G + F_T \quad (1)$$

Sarà pertanto necessario esplicitare l'equazione (1) in funzione della velocità v di caduta.

Il peso del corpo è uguale alla massa per l'accelerazione di gravità :

$$P = m \cdot g \quad (2)$$

Per prima cosa è possibile esprimere la forza peso in funzione della densità dell'acqua.

(*) Il **principio di Archimede** afferma che: "ogni corpo immerso parzialmente o totalmente in un fluido viene spinto verso l'alto da una forza uguale al peso del fluido spostato dal corpo".

Ricordando che il *volume della sfera* è dato da:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi \cdot D^3 \quad (3)$$

la *massa della goccia* è:

$$m = \rho_{H_2O} \cdot \frac{1}{6}D^3 \cdot \pi \quad (4)$$

per cui, sostituendo nella (2), il *peso della goccia* è:

$$P = m \cdot g = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{1}{6}D^3 \cdot \pi \quad (5)$$

Essendo la goccia circondata da un altro fluido quale l'aria, è soggetta ad una forza verticale di galleggiamento che, per il principio di Archimede vale:

$$F_G = \rho_{Aria} \cdot g \cdot \frac{1}{6}D^3 \cdot \pi \quad (6)$$

A questo punto, per trovare il peso reale della goccia in aria, basta sommare algebricamente la forza peso con la forza di galleggiamento:

$$P' = P - F_G = (\rho_{H_2O} - \rho_{Aria}) \cdot g \cdot \frac{1}{6}D^3 \cdot \pi \quad (7)$$

Come noto dalla teoria, la forza di trascinamento è data da:

$$F_T = C_X \cdot \frac{1}{2}v^2 \cdot \rho_{Aria} \cdot A_F \quad (8)$$

Per l'ipotesi di sfericità della goccia, si ha che l'area frontale (A_F) vale:

$$A_F = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (9)$$

Per cui sostituendo si ha:

$$F_T = C_X \cdot \frac{1}{2}v^2 \cdot \rho_{Aria} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (10)$$

A questo punto è possibile esprimere la condizione cercata di equilibrio (1) come:

$$P' = P - F_G = F_T, \quad \text{ovvero:}$$

$$(\rho_{H_2O} - \rho_{Aria}) \cdot g \cdot \frac{1}{6} D^3 \cdot \pi = C_X \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot \rho_{Aria} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (11)$$

da cui si può esplicitare l'incognita velocità $v = v_{max}$ di caduta:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{(\rho_{H_2O} - \rho_{Aria}) \cdot g \cdot \frac{1}{6} D^3 \cdot \pi}{C_X \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_{Aria} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\rho_{H_2O} - \rho_{Aria}}{\rho_{Aria}} \right) \cdot g \cdot \frac{D}{C_X}} = \quad (12)$$

Si deve tuttavia osservare che non è possibile calcolare univocamente il valore v_{max} di velocità dalla (12), in quanto essa è funzione di C_X , a sua volta dipendente dal numero di Reynolds, e pertanto dalla velocità stessa.

Per ricavare il valore della velocità di caduta si dovrà pertanto adottare un procedimento iterativo determinando C_X sulla base di velocità di tentativo, e verificando poi la compatibilità di tali valori di velocità di tentativo con quelli ottenuti dalla (12).

In pratica si procede con l'assumere una velocità di primo tentativo per entrare una prima volta nel diagramma che fornisce il coefficiente C_X in funzione di Reynolds (grafico 1.1).

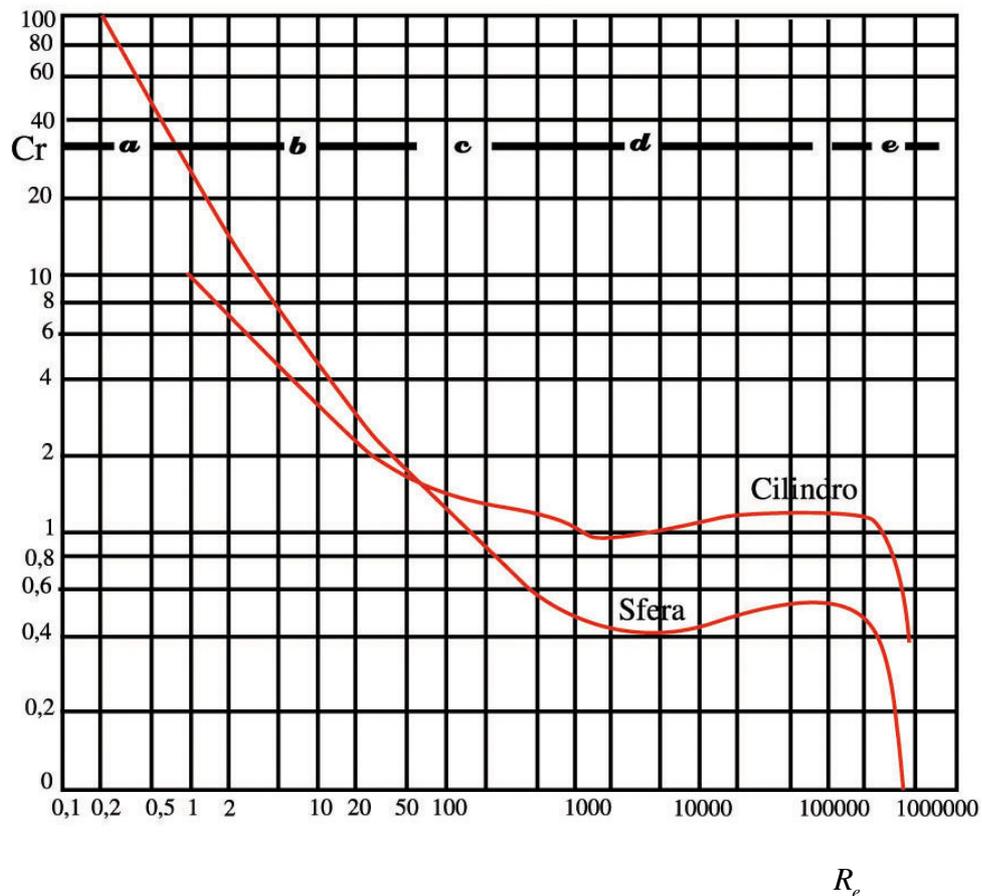


Grafico 1.1 – Valore dei coefficienti di resistenza e portanza di cilindro e sfera.

Si ricorda che il numero di Reynolds si calcola con l'usuale formula:

$$R_e = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad (14)$$

dove:

- v velocità del fluido;
- D grandezza caratteristica;
- ν viscosità cinematica del fluido;

(da tabella si ricava un valore pari a $\nu = 17 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ a $T \cong 40^\circ C$).

A seconda del caso in oggetto, D è quindi la lunghezza geometrica associata al moto.

Per il moto in un tubo D rappresenta il diametro del tubo. Nel caso di moto attorno ad una sfera, D rappresenta il diametro della sfera.

Per iniziare il procedimento iterativo si sceglie un valore di velocità di primo tentativo:

$$v^* = 1 \frac{m}{s} \quad (15)$$

da cui, sapendo che $D=1mm$:

$$R_e^* = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{1 \cdot 0,001}{17 \cdot 10^{-6}} = 58,8 \quad (16)$$

A questo punto, sapendo che:

$$\rho_{HO_2} = 1000 \frac{Kg}{m^3} \quad \text{e} \quad \rho_{Aria} \cong 1,2 \frac{Kg}{m^3},$$

(si veda tabella 1.1).

Utilizzando il diagramma allegato (Grafico 1), con riferimento alla curva relativa alla sfera, si determina : $C_x^* = 1,6$.

A questo punto utilizzando la (12), è possibile calcolare il valore della velocità e confrontarlo con quella assunta per tentativo; sostituendo i valori numerici si ha:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{(1000 - 1,2) \cdot 9,81 \cdot 0,001}{1,6}} = 2,60 \frac{m}{s} \quad (13)$$

Si osserva che il valore di velocità non corrisponde a quello di tentativo assunto, ($v = 2,6 \neq v^* = 1m/s$).

Si esegue, quindi, un secondo tentativo utilizzando il valore di velocità determinato:

$$v^{**} = 2,60 \frac{m}{s} \quad (17)$$

da cui:

$$R_e^{**} = \frac{2,60 \cdot 0,001}{17 \cdot 10^{-6}} = 153,4 \quad (18)$$

dal diagramma si ricava $C_x \cong 1$, che sostituendo nella (12):

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1000 - 1,2}{1,2} \right) \cdot \frac{9,81 \cdot 0,001}{1}} = 3,3 \frac{m}{s} \quad (19)$$

poiché anche questo valore non corrisponde a quello di tentativo, si esegue un'ulteriore iterazione assumendo:

$$v^{***} = 3,5 \frac{m}{s} \quad (20)$$

da cui:

$$R_e^{***} = \frac{3,5 \cdot 0,001}{17 \cdot 10^{-6}} = 206 \quad (21)$$

mediante l'utilizzo del diagramma ricavo il valore di $C_x = 0,8$, sostituisco il numero nell'equazione:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1000 - 1,2}{1,2} \right) \cdot \frac{9,81 \cdot 0,001}{0,8}} = 3,69 \frac{m}{s} \quad (22)$$

ancora non accettabile.

Infine, eseguo un'ulteriore tentativo con:

$$v^{****} = 4 \frac{m}{s} \quad (23)$$

$$R_e^{****} = \frac{4 \cdot 0,001}{17 \cdot 10^{-6}} = 235 \frac{m}{s} \quad (24)$$

da cui $C_x = 0,66$, che sostituito nell'equazione fornisce:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1000 - 1,2}{1,2} \right) \cdot \frac{9,81 \cdot 0,001}{0,66}} = 4,052 \frac{m}{s} \quad (25)$$

Si osserva che questo valore di velocità è compatibile (a meno di alcuni decimali) con quello assunto per tentativo, ed è pertanto il valore v_{\max} di caduta cercato.

Nota: Si osservi che il grafico del coefficiente C_x in funzione del numero di Reynolds, per una sfera, ha una zona abbastanza piatta e quindi può fornire uguali valori di C_x per diversi numeri di Reynolds.

Alla luce dello svolgimento dell'esercizio, si osservi inoltre che la velocità di caduta dipende dal diametro della goccia d'acqua. In particolare, raddoppiando il diametro della relativa goccia, è possibile che la velocità aumenti più del doppio.

All'aumentare delle dimensioni dell'oggetto, aumenta anche il numero di Reynolds. In particolare, quando sia il cilindro che la sfera siano di notevoli dimensioni, la resistenza fluidodinamica si azzera.

In questo caso si ha un *distacco dallo strato limite*, vale a dire che il fluido si lacera (come un velo che si strappa); la resistenza fluidodinamica cede e tende a calare drasticamente, mentre nel caso di un corpo piccolo, questo rimane sempre attaccato al fluido. Questo si verifica oltre che per il cilindro e la sfera, anche per corpi con forme più particolari (come ad esempio un aeroplano).

Notiamo inoltre come un corpo corrugato ha meno attrito di un corpo liscio.

Si allega tabella:

Temperatura °C	Densità ρ Kg/m^3	Peso specifico γ Kg/m^3	Viscosità cinematica ν m^2/s	Viscosità dinamica μ Kgs/m^2
-20	1,396	1,3955	$1,188 \times 10^{-5}$	$16,917 \times 10^{-7}$
-10	1,243	1,3426	1,233	16,892
0	1,293	1,2926	1,320	17,411
10	1,248	1,2475	1,415	18,013
20	1,205	1,2047	1,488	18,288
30	1,165	1,1642	1,600	19,008
40	1,128	1,1270	1,688	19,412
50	1,093	1,0927	$1,769 \times 10^{-5}$	$19,724 \times 10^{-7}$

TABELLA 1.1 – PROPRIETA' DELL'ARIA A PRESSIONE ATMOSFERICA

ESERCIZIO 2

Si consideri il caso di un edificio a torre investito dal vento (fig. 2.1).

Sia $v_\infty = 100 \frac{Km}{h}$ la velocità del vento (valore massimo ragionevole anche per la nostra pianura).

Si vuole determinare la forza complessiva F che il vento esercita sull'edificio e la pressione P per unità di superficie. (*Nota*: quest'ultima può essere importante per la verifica strutturale degli infissi dell'edificio).

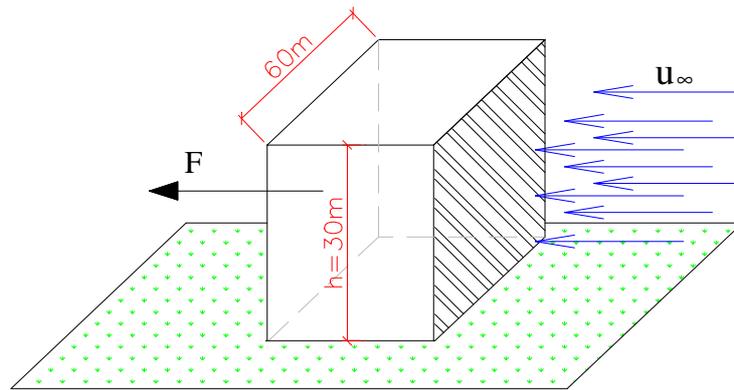


Fig. 2.1

SOLUZIONE:

Sapendo che la densità dell'aria in condizioni ambientali vale:

$$\rho_{Aria} = 1,2 \frac{Kg}{m^3} \quad (26)$$

e che:

$$v_\infty = 100 \frac{Km}{h} = 27,77 \frac{m}{s} \quad (27)$$

sull'edificio, è possibile calcolare la pressione esercitata dal vento con la nota formula dei moti esterni:

$$P = C_x \cdot \frac{1}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot \rho_A = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 27,77^2 \cdot 1,2 = 462,7 P_a \quad (28)$$

In cui si è assunto in prima approssimazione che l'edificio abbia un coefficiente di trascinamento $C_x = 1$; (si noti che questa assunzione non porta comunque ad errori grossolani).

Poiché l'unità di misura adottata dal S.I., ovvero il P_a è piuttosto piccola, nella pratica corrente si preferisce esprimere il valore della pressione in $\frac{Kg_{forza}}{m^2}$, cioè:

$$P_a = 462,27 P_a \cong 46 \frac{Kg_{forza}}{m^2} \quad (29)$$

sforzo a cui deve resistere la struttura dell'edificio; si determina come:

$$F = P \cdot A_F \quad (30)$$

in cui A_F è l'area frontale dell'edificio investito dal vento.

Nell'ipotesi che l'edificio abbia le dimensioni indicate in fig. 2.1, s i avrà:

$$A_F = 30 \cdot 60 = 1800m^2 \quad (31)$$

da cui si trova:

$$F = 46,27 \cdot 1.800 = 83.286Kg_f \cong 833.000N \quad (32)$$

Osservazione:

Dall'esercizio si evince che, una struttura verticale sotto l'azione del vento tende ad inclinarsi. Per fare fronte a ciò e garantire la stabilità strutturale occorre, quindi, inserire degli appositi TIRANTI di acciaio, chiamati CONTROVENTATURE (come schematizzato in fig. 2.3), tesi in diagonale tra piano e piano:

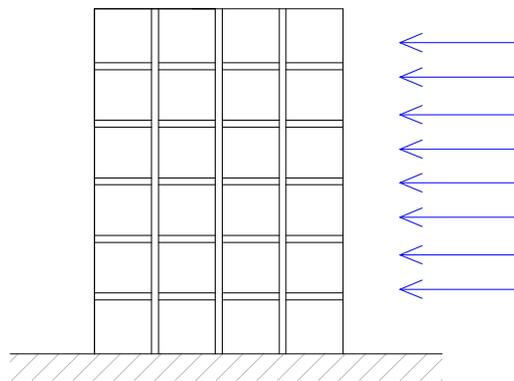


Fig. 2.3
Edificio sotto l'azione del vento sui fronti verticali

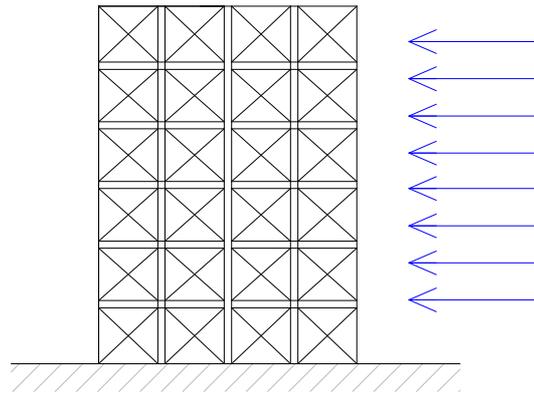


Fig. 2.4
Edificio con controventature

ESERCIZIO 3:

Si consideri il caso di una struttura con copertura a cupola, come ad esempio il Palazzetto dello Sport di Genova. In questo caso, a causa della particolare forma della costruzione, la pressione esercitata dall'azione laterale del vento provoca una forza risultante diretta verso l'alto.

Il caso in oggetto è schematizzato in fig. 3.1, in cui sono anche indicate le dimensioni in pianta dell'edificio.

Nell'ipotesi che il rapporto tra i coefficienti di resistenza nella direzione verticale e quella orizzontale parallela al vento sia: $\frac{C_y}{C_x} = 3$, si vuole determinare lo sforzo verticale massimo dovuto all'azione del vento.

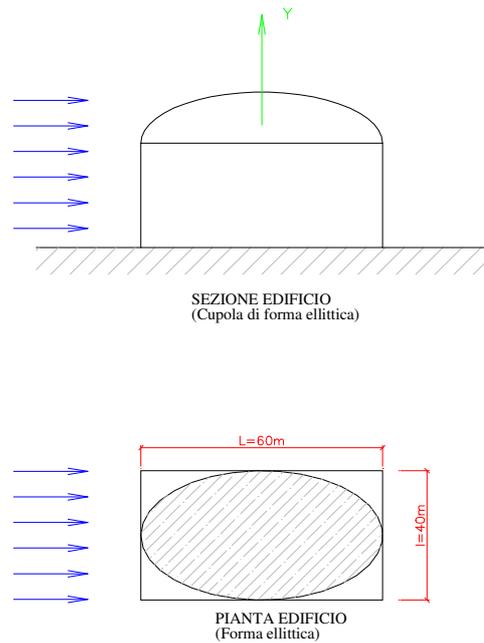


Fig. 3.1

SOLUZIONE:

Come fatto nell'esercizio precedente, si può ipotizzare in prima approssimazione che $C_x = 1$, per cui $C_Y = 3$.

Questo sta a significare che la spinta verticale che si genera è 3 volte maggiore di quella sulle facciate laterali della costruzione.

Per determinare lo sforzo massimo, si farà riferimento ad un valore massimo ragionevole per la velocità del vento che, come nell'esercizio precedente si assume pari a:

$$v^\infty = 100 \frac{Km}{h} = 27,77 \frac{m}{s} \quad (33)$$

Conoscendo la densità dell'aria (cfr. esercizio 1):

$$\rho_A = 1,2 \frac{Kg}{m^3} \quad (34)$$

si può determinare la pressione agente lungo la direzione verticale con la consueta formula:

$$P_Y = C_Y \cdot \frac{1}{2} \cdot v^\infty{}^2 \cdot \rho_A = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (27,77)^2 \cdot 1,2 = 1.388 P_a = 138,8 \frac{Kg_F}{m^2} \quad (35)$$

Per determinare la spinta verticale risultante occorre calcolare l'area della superficie in pianta dell'edificio.

Come indicato in fig. 3.1, questa è di forma ellittica, per cui l'area sarà:

$$A_y = \pi \cdot \frac{60}{2} \cdot \frac{40}{2} = 1884,9m^2 \quad (36)$$

Nota: Nel caso non si ricordasse la formula per il calcolo della superficie dell'ellisse, è possibile procedere con un metodo pratico approssimato, ottenendo tale valore come media aritmetica delle aree dei due cerchi di raggio pari ai semiassi dell'ellisse:

- Area cerchio maggiore: $A_1 = \frac{\pi \cdot 60^2}{4} = 2,826m^2 \quad (37)$

- Area cerchio minore: $A_2 = \frac{\pi \cdot 40^2}{4} = 1,256m^2 \quad (38)$

da cui: $A'_y \cong \frac{A_1 + A_2}{2} = 2,041m^2 \quad (39)$

Il valore cercato della spinta verticale vale pertanto:

$$F_y = P_y \cdot A_y = 1.388 \cdot 1.884,9 = 2.616.241N \cong 261Tonn \quad (40)$$

Concludendo, possiamo osservare che la struttura decollerebbe verso l'alto nel caso in cui non fosse fissata al suolo, in quanto il suo peso proprio risulterebbe inferiore alla spinta verticale verso l'alto.

Di seguito vengono proposti due esercizi ancora riguardanti i moti esterni, ma considerando come fluido l'acqua.

ESERCIZIO 4

Si consideri il caso di un ponte fluviale.

Come schematizzato in fig. 4.1, si assuma l'ipotesi che il ponte sia sostenuto da pile in cemento armato a sezione ovoidale.

Nell'ipotesi che la velocità della corrente sia $v_{\max} = 10m/s$, si vuole determinare la forza di trascinamento F che l'acqua esercita su ciascuna pila del ponte.

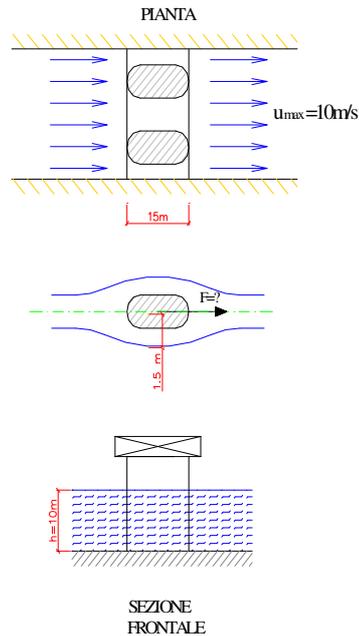


Fig. 4.1

SOLUZIONE:

La forza di trascinamento esercitata su una pila è espressa da:

$$F = C_X \cdot \frac{1}{2} v_\infty^2 \cdot A_F \cdot \rho_{H_2O} \quad (41)$$

in cui, dalle specifiche dell'esercizio si ha:

$$v_{\max} = v_\infty = 10 \frac{m}{s} \quad (42)$$

mentre è possibile calcolare l'area frontale investita dal fluido (si veda fig. 4.1) come:

$$A_F = L \cdot h = 1,5 \cdot 10 = 15 m^2 \quad (43)$$

Nota $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{Kg}{m^3}$, per arrivare al valore della spinta di trascinamento, occorre determinare C_X .

Dal momento che si hanno due pile in posizione ravvicinata, l'una risentirà delle deviazioni del fluido provocata da quella adiacente, per cui in questo caso C_x sarà più grande del valore che compete ad un singolo cilindro.

In prima approssimazione si può assumere che:

$$C_{x_{pila}} = 2 \cdot C_{xcilindro} \quad (44)$$

I valori del C_x per cilindri sono riportati nel grafico 4.1 in funzione del numero di Reynolds. Quest'ultimo vale:

$$R_e = \frac{v_{\infty} \cdot D}{\nu_{H_2O}} = \frac{10 \cdot 1,5}{1,5 \cdot 10^{-6}} = 10^7 \quad (45)$$

in cui si è utilizzato il valore di viscosità ν_{H_2O} riportato nella tabella 4.1:

Temp. °C	Densità relat.	Visc. Cinem. m^2/s
5	1,000	1,520
10	1,000	1,308
15	0,999	1,142
20	0,998	1,007
25	0,997	0,897
30	0,995	0,804
35	0,993	0,727
40	0,991	0,661
50	0,990	0,556
65	0,980	0,442

TABELLA 4.1 – DENSITA' RELATIVA E VISCOSITA' CINEMATICA DELL'ACQUA.

$$\mu_{H_2O} = 15 \cdot 10^{-4} \frac{N \cdot s}{m^2} \quad (46)$$

$$\nu_{H_2O} = \frac{\mu}{\rho_{H_2O}} = 1,5 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad (47)$$

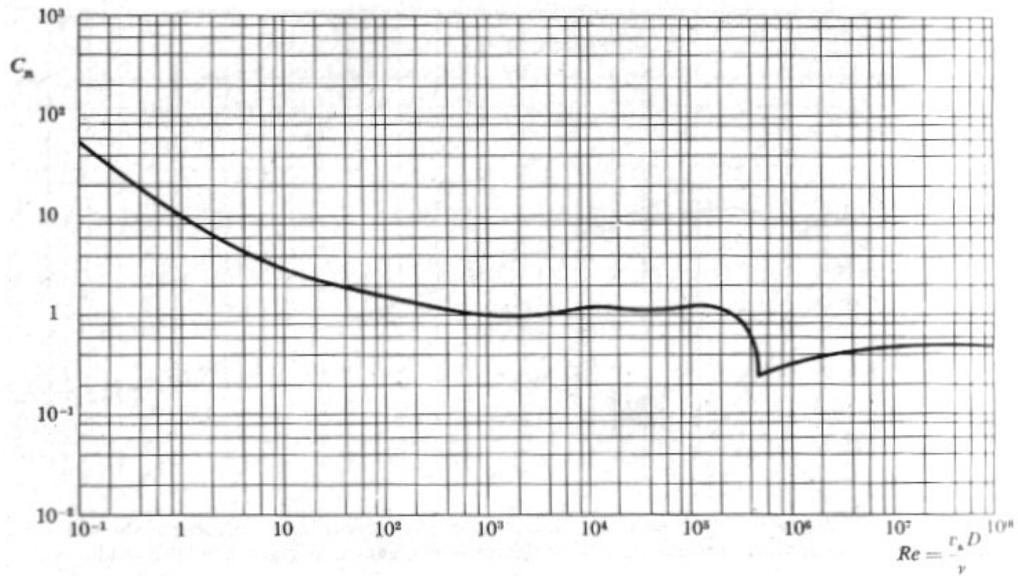


Grafico 4.1 – Coefficiente di resistenza del cilindro circolare investito normalmente da una corrente piana uniforme.

Dal grafico 4.1 si ricava che:

$$C_{X_{cilindro}} = 0,6 \quad (48)$$

per cui:

$$C_{X_{pila}} = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \quad (49)$$

A questo punto è possibile determinare la forza di trascinamento F su ciascuna pila, sostituendo i valori trovati nella (41),

$$F = C_{X_{pila}} \cdot \frac{1}{2} \cdot v_{\infty}^2 \cdot A_F \cdot \rho_{H_2O} = 1,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot 15 \cdot 1000 = 900.000 N \cong 90.000 Kg_F = 90 \text{tonn} \quad (50)$$

Commento:

Come si osserva, la spinta esercitata dall'acqua su ciascuna pila è di notevole entità, per cui occorre realizzare le pile in calcestruzzo armato al fine di garantirne la stabilità strutturale.

ESERCIZIO 5

Si consideri un pallone di gomma riempito di acqua salata, di diametro $D=12\text{cm}$. (fig. 5.1).

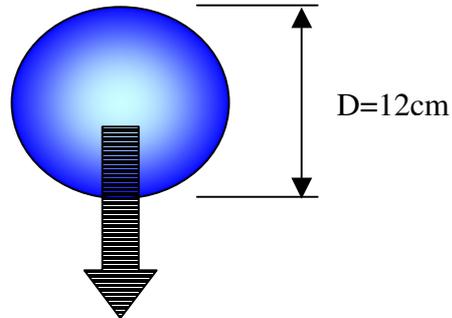


Fig. 5.1

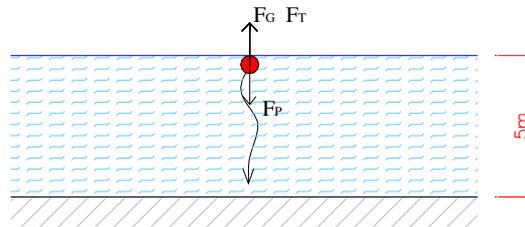


Fig. 5.2

Nel caso in cui il pallone venga immerso in una piscina d'acqua dolce profonda 5m , si vuole determinare il tempo t che esso impiega nel raggiungere il fondo per caduta.

$$P = g \cdot (\rho_{salata} - \rho_{dolce}) \cdot \pi \cdot \frac{1}{6} \cdot D^3 = \quad (51)$$

SOLUZIONE:

L'esercizio è analogo all'esercizio 1, con la differenza che in questo caso si lavora con fluidi diversi.

La palla sarà pertanto soggetta alle seguenti forze:

1. F_p : forza peso della palla, diretta verso il basso;
2. F_G : forza di galleggiamento, dovuta alla spinta di Archimede e diretta verso l'alto;
3. F_T : forza di trascinamento, dovuta all'attrito dell'acqua, diretta in senso opposto al moto, ovvero verso l'alto;

Indicando con V il volume della palla, il suo peso vale:

$$F_p = V \cdot \rho_{salata} \cdot g = \frac{\pi}{6} D^3 \cdot \rho_{salata} \cdot g \quad (52)$$

La forza di galleggiamento vale:

$$F_G = V \cdot \rho_{dolce} \cdot g = \frac{\pi}{6} D^3 \cdot \rho_{dolce} \cdot g \quad (53)$$

La forza di trascinamento vale:

$$F_T = C_x \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot \rho_{dolce} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (54)$$

in cui si è tenuto conto che l'area frontale della palla è:

$$A_F = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (55)$$

Il peso reale, sotto l'azione del quale, si ha la caduta della palla all'interno della piscina vale:

$$P = F_p - F_G = \frac{\pi}{6} D^3 \cdot g \cdot (\rho_{salata} - \rho_{dolce}) \quad (56)$$

In modo del tutto analogo a quanto osservato nell'esercizio 1, la palla ad un certo punto raggiungerà una condizione di equilibrio dinamico, nella quale la sua velocità di caduta si stabilizza ad un valore massimo v .

Questa condizione si raggiunge quando: $P = F_T$, in cui sostituendo le espressioni precedenti, si ha:

$$\frac{\pi}{6} D^3 \cdot g \cdot (\rho_{salata} - \rho_{dolce}) = C_x \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot \rho_{dolce} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad (57)$$

da cui, esplicitando la velocità v , si ha:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_{salata} - \rho_{dolce}}{\rho_{dolce}} \cdot \frac{g \cdot D}{C_x}} \quad (58)$$

Considerando che:

$$\circ \quad \rho_{dolce} = 1000 \frac{Kg}{m^3} \quad (59)$$

$$\circ \quad \rho_{salata} = 1030 \frac{Kg}{m^3} \quad (60)$$

si ha:
$$v = \sqrt{\frac{0.047088}{C_x}} \quad (61)$$

Per determinare la velocità, occorre trovare il valore di C_x , che tuttavia è funzione del numero di Reynolds, e quindi della velocità stessa (si veda il grafico 5.1).

Si procede allora con un metodo iterativo, ipotizzando un valore di velocità di tentativo per poi verificare se questo corrisponde a quello calcolato con la (61).

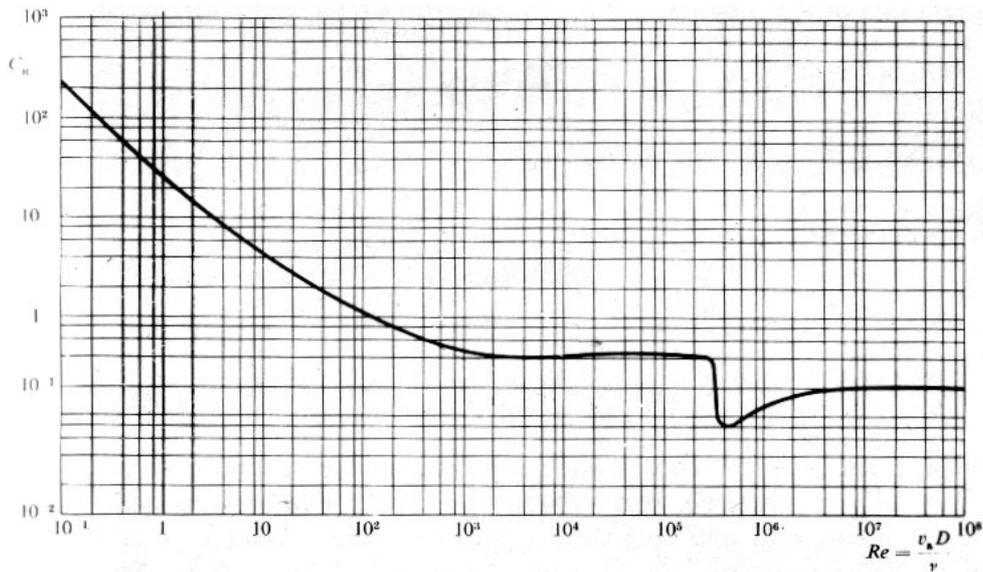


Grafico 5.1 – Coefficiente di resistenza offerto dalla sfera ed una corrente uniforme.

Tentativo 1:

ipotizziamo, ora, un valore di $C_x^* = 5$

$$v^* = \sqrt{\frac{0.047088}{5}} = 0,097 \frac{m}{s} \quad \rightarrow v^* = 0,097 \frac{m}{s} \quad (62)$$

$$R_e^* = \frac{0,097 \cdot 0,12}{1 \cdot 10^{-6}} = 11.645 \quad (63)$$

verifico nel diagramma:

$$C_X^{**} = 0,45 \quad (64)$$

Tentativo 2:

sostituisco:
$$v^{**} = \sqrt{\frac{0,047088}{0,45}} = 0,32 \frac{m}{s} \quad (65)$$

$$R_e^{**} = \frac{0,323 \cdot 0,12}{1 \cdot 10^{-6}} = 38.800 \quad (66)$$

ipotizzo:

$$C_X^{***} = 0,50 \quad (67)$$

Tentativo 3:

sostituisco:
$$v^{***} = \sqrt{\frac{0,047088}{0,50}} = 0,307 \frac{m}{s} \quad (68)$$

$$R_e^{***} = \frac{0,30 \cdot 0,12}{1 \cdot 10^{-6}} = 36.000 \quad (69)$$

a questo valore corrisponde: $C_X = 0,51$, proseguendo con la sostituzione ottengo:

$$v = \sqrt{\frac{0,047088}{0,51}} = 0,30 \frac{m}{s} \quad (70)$$

Questo è il valore di velocità massima di caduta.

Poiché si vuole determinare il tempo di caduta, nell'ipotesi approssimativa che tutto il moto avvenga con velocità costante v , si ha:

$$v = \frac{S}{t} \quad (71)$$

in cui t è il tempo ed S è l'altezza di caduta ($S=5m.$).

da cui:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{5}{0,30 \frac{m}{s}} = 16,6s \quad (72)$$

Allego per completezza informazioni tabella inerente la viscosità dell'acqua più altri liquidi comuni, e il grafico C_x per alcune geometrie ricorrenti.

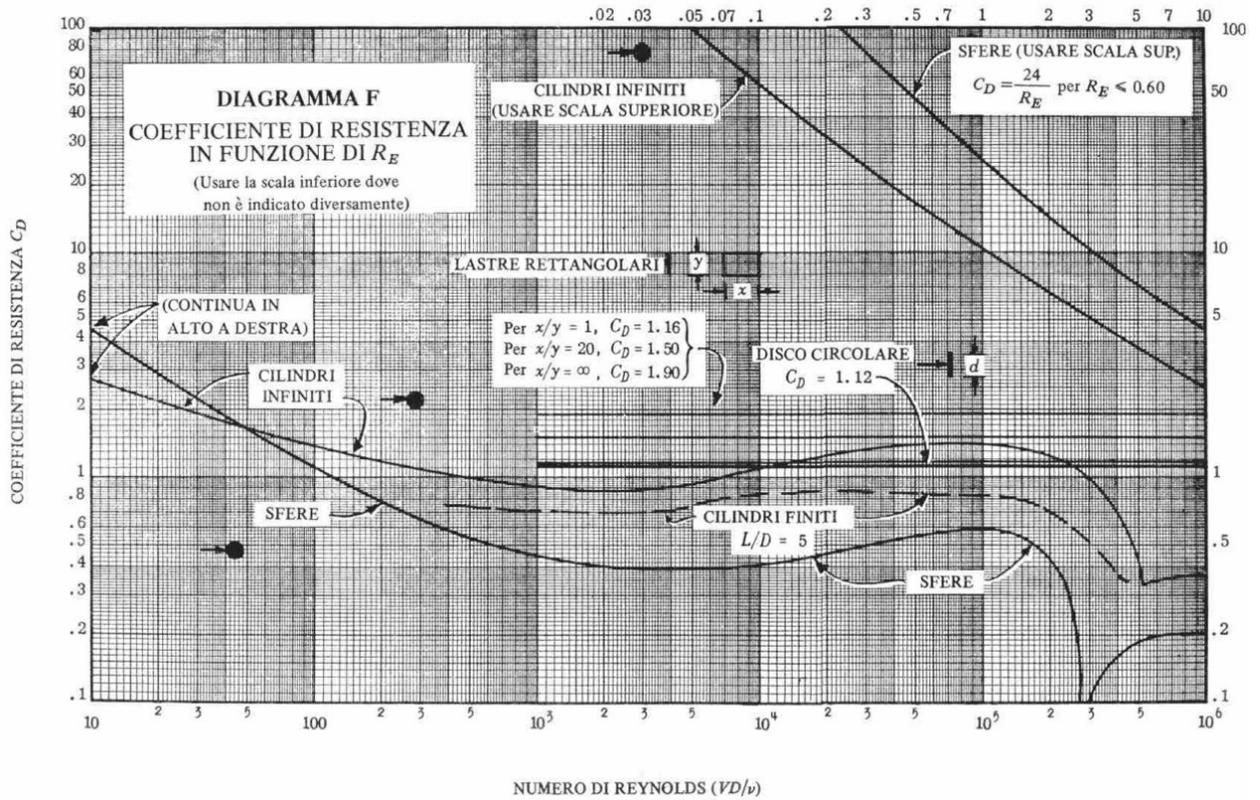


Grafico 2: Valore dei coefficienti di resistenza per geometrie ricorrenti.

DENSITA' RELATIVA E VISCOSITA' CINEMATICA DI ALCUNI LIQUIDI

(Viscosità cinematica = valore in tabella x 10⁻⁶)

Temp. °C	ACQUA**		SOLVENTE COMMERCIALE		TETRACLORURO DI CARBONIO		OLIO LUBRIFICANTE MEDIO	
	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>
5	1,000	1,520	0,728	1,476	1,620	0,763	0,905	471
10	1,000	1,308	0,725	1,376	1,608	0,696	0,900	260
15	0,999	1,142	0,721	1,301	1,595	0,655	0,896	186
20	0,998	1,007	0,718	1,189	1,584	0,612	0,893	122
25	0,997	0,897	0,714	1,101	1,572	0,572	0,890	92
30	0,995	0,804	0,710	1,049	1,558	0,531	0,886	71
35	0,993	0,727	0,706	0,984	1,544	0,504	0,883	54,9
40	0,991	0,661	0,703	0,932	1,522	0,482	0,875	39,4
50	0,990	0,556					0,866	25,7
65	0,980	0,442					0,865	15,4

Temp. °C	OLIO A PROVA DI POLVERE*		OLIO COMBUSTIBILE MEDIO*		OLIO COMBUSTIBILE PESANTE*		BENZINA*	
	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>
5	0,917	72,9	0,865	6,01	0,918	400	0,737	0,749
10	0,913	52,4	0,861	5,16	0,915	290	0,733	0,710
15	0,910	39,0	0,857	4,47	0,912	201	0,729	0,683
20	0,906	29,7	0,855	3,94	0,909	156	0,725	0,648
25	0,903	23,1	0,852	3,44	0,906	118	0,721	0,625
30	0,900	18,5	0,849	3,11	0,904	89	0,717	0,595
35	0,897	15,2	0,846	2,77	0,901	67,9	0,713	0,570
40	0,893	12,9	0,842	2,39	0,898	52,8	0,709	0,545

Alcuni altri liquidi

Liquido e Temperatura	Densità relat.	Visc. Cinem. <i>m²/s</i>
Trementina a 20°C	0,682	1,73
Olio di lino a 30°C	0,925	35,9
Alcool etilico a 20°C	0,789	1,54
Benzene a 20°C	0,879	0,745
Glicerina a 20°C	1,262	662
Olio di ricino a 20°C	0,960	1030
Olio da taglio leggero a 16,5°C	0,907	137

*Kessler & Lenz, Università del Wisconsin, Madison. **ASCE, Manuale 25.