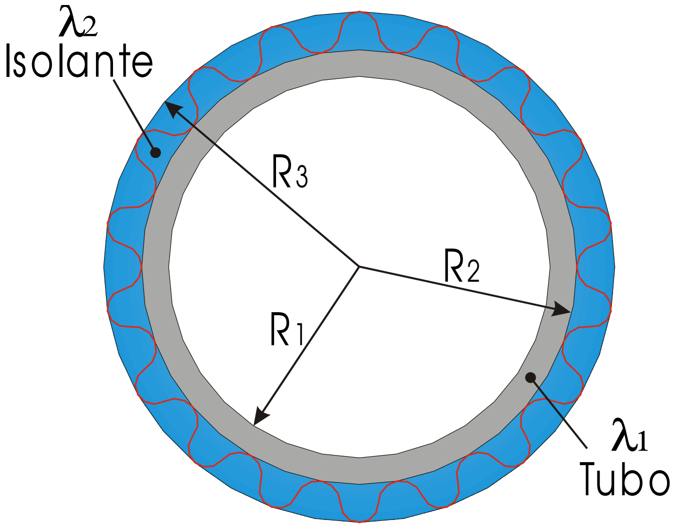
ISOLAMENTO TERMICO DEI TUBI

L'isolamento termico è un aspetto molto importante e da non trascurare. Questo avviene mediante sostanze coibenti, cioè poco conduttrici di calore, o mediante strati d'aria liberi o tramezzati, con sostanze omogenee o eterogenee, discontinue. Queste ultime possono essere agglomerati, fibre minerali, materie porose come il sughero o le materie plastiche cellulari. Indice principale della bontà dell'isolante è la conducibilità termica λ. Le indicazioni dei suoi valori devono sempre essere accompagnate da quelli della massa volumica (Kg/m^3), che in ogni sostanza spugnosa indica il grado di costipamento del materiale. Esso si intende asciutto, in quanto, se l'acqua penetra nei pori, la capacità isolante diminuisce. Dal momento che lo scopo dell'isolamento è la diminuzione di scambi di calore indesiderati (cioè limitare le dispersioni di calore dagli impianti termici e le entrate di calore negli impianti frigoriferi), la scelta dell'isolamento deve essere in linea con il risparmio che si intende fare.



Schema concettuale di un tubo isolato

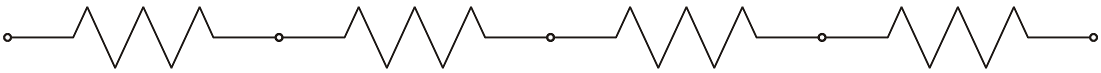
Consideriamo ora un tubo ricoperto da materiale isolante. Mettiamo in evidenza le resistenze R_1 e R_2 dei tubi cilindrici:

$$R_1 = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot L}$$

$$R_2 = \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot L}$$

Importante è sottolineare che il liquido che scorre dentro il tubo e la parete del tubo stesso non hanno la stessa temperatura, per quanto il tubo sia piccolo esiste sempre un ΔT tra loro. Riconduciamoci al sistema delle resistenze in serie tenendo in considerazione quindi la presenza di una resistenza convettiva all'interno e all'esterno. Queste sono date dalle seguente espressioni:

$$\frac{1}{h_1 \cdot S_1}, \frac{1}{h_2 \cdot S_3}$$



$$\frac{1}{h_1 \cdot S_1} \quad + \quad R_1 \quad + \quad R_2 \quad + \quad \frac{1}{h_2 \cdot S_2}$$

Dato $S_i=2\pi R_i L$, possiamo scrivere le precedenti espressioni nel seguente modo:

$$\frac{1}{h_1 \cdot 2\pi \cdot R_1 \cdot L}, \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi \cdot R_3 \cdot L}$$

A questo punto è necessario calcolare la resistenza totale:

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1 \cdot 2\pi \cdot R_1 \cdot L} + \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot L} + \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot L} + \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi \cdot R_3 \cdot L}$$

e la potenza dispersa:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}} = \frac{2\pi \cdot L(T_{\text{int}} - T_{est})}{\frac{1}{h_1 \cdot R_1} + \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{\lambda_1} + \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2 \cdot R_3}}$$

dove T_{int} è la temperatura del tubo interno e T_{est} la temperatura dell'aria fuori.
La potenza dispersa può essere espressa anche mediante la seguente formula:

$$\dot{Q} = K \cdot S \cdot \Delta T \,,$$

dove K è il coefficiente globale di scambio termico. L'espressione KS si definisce invece conduttanza.

Nel nostro caso compaiono 3 superfici di scambio S_1, S_2, S_3 a cui corrispondono R_1, R_2, R_3. A ciascuna scelta corrisponde un diverso K. Noi riferiremo tutto alla superficie interna $S_1=2\pi R_1 L$. Quindi il K interno è:

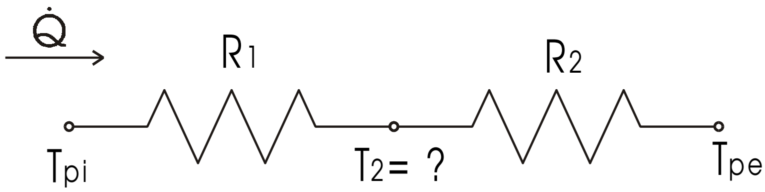
$$K_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{R_1}{\lambda_1}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{\lambda_2}\ln\frac{R_3}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} \cdot \frac{1}{h_2}}$$

In fine la potenza scambiata è data da:

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot R_1 \cdot L \cdot (T_{\text{int}} - T_{est}) \cdot \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{R_1}{\lambda_1}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{\lambda_2}\ln\frac{R_3}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} \cdot \frac{1}{h_2}}$$

ESERCIZIO 1

Si consideri un tubo metallico caratterizzato da una conducibilità termica λ_1=60W/mK, ricoperto da un isolante con λ_2=0.04W/mK. Dati R_1=0.1m, R_2=0.105m, R_3=0.15m e la lunghezza del tubo L=1m, calcolare la potenza scambiata e la temperatura di parete esterna T_{pe}.



Dati:

λ_1=60W/mK
λ_2=0.04W/mK
R_1=0.1m
R_2=0.105m
R_3=0.15m
L=1m

Quesiti:

$\dot{Q} = ?$
T_{pe}=?

Risoluzione:

Ipotizzo di conoscere la temperatura di parete interna T_{pi} e quella di temperatura esterna T_{pe}. Quindi devo considerare solo le due resistenze interne, trascurando la presenza di fenomeni convettivi:
T_{pi}=100°C
T_{pe}=20°C
Di seguito calcolo la potenza scambiata nel tratto contenente le resistenza interne:

$$\dot{Q} = \frac{\left(T_{pe} - T_{pi}\right) \cdot 2\pi \cdot L}{\frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{\lambda_1} + \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{\lambda_2}} = \frac{\left(100 - 20\right) \cdot 2\pi \cdot 1}{\frac{\ln \frac{0.105}{0.1}}{60} + \frac{\ln \frac{0.15}{0.105}}{0.04}} = \frac{80 \cdot 6.28}{8.13 \cdot 10^{-4} + 8.9} = 56.44W$$

Si noti che la resistenza termica R_1 del tubo metallico è trascurabile.

Tramite la legge di Ohm per la prima resistenza R_1 calcolo la temperatura T_2 nello strato di interfaccia tra:

$$\dot{Q} = \frac{T_{pi} - T_2}{R_1} \Rightarrow T_2 = T_{pi} - \dot{Q} \cdot R_1 = 100 - 56.37 \cdot 8.13 \cdot 10^{-4} = 99.992°C$$

A questo punto risolvo il problema senza trascurare le resistenze di prima:
h_1=100W/m^{2}K
h_2=5W/m^{2}K
Calcolo la potenza termica:

$$\dot{Q} = \frac{\left(T_{pi} - T_{pe}\right) \cdot 2\pi \cdot L}{\frac{1}{h_1 \cdot R_1} + \frac{\ln\frac{R_2}{R_1}}{\lambda_1} + \frac{\ln\frac{R_3}{R_2}}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2 \cdot R_3}} = \frac{80 \cdot 6.28}{8.13 \cdot 10^{-4} + 0.1 + 1.\overline{3} + 8.9} = 48.77W$$

È da sottolineare che non si possono ignorare i fenomeni convettivi.

Aggiungendo le resistenze termiche la potenza scambiata è un po' diminuita; in presenza di fenomeni convettivi la temperatura della parete esterna è più alta.

Ora calcolo la potenza tramite la legge di Ohm per il tratto indicato in figura, e da questa formula ricavo la temperatura di parete esterna T_{pe} corretta:

$$\dot{Q} = \frac{T_{pe} - T_{est}}{R_{conv,2}} = \frac{T_{pe} - 20}{\frac{1}{5 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot 0.15}} \Rightarrow T_{pe} = 20 + \dot{Q} \cdot R_{conv,2} = 20 + 47.83 \cdot 0.212 = 30.15°C$$

Si noti che non è stata usata la resistenza di prima R_1, ma la resistenza di convezione esterna $R_{conv,2}$ espressa dalla formula:

$$R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi \cdot L \cdot R_3}$$

Ora la temperatura è accettabile, dal momento che è inferiore a 45°C, valore limite accettabile dalla pelle umana. Se la guaina fosse stata poco isolante, la temperatura di parete esterna sarebbe stata pericolosamente alta.

ESEMPIO

Si studi il cambiamento di temperatura nel caso di un isolante con conducibilità termica λ_2=0.4W/mK.
Utilizziamo le medesime formule del caso precedente:

$$\dot{Q} = \frac{\left(T_{pe} - T_{pi}\right) \cdot 2\pi \cdot L}{\frac{1}{h_1 \cdot R_1} + \frac{\ln\frac{R_2}{R_1}}{\lambda_1} + \frac{\ln\frac{R_3}{R_2}}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2 \cdot R_3}} = \frac{80 \cdot 6.28}{0.1 + 8.13 \cdot 10^{-4} + 0.89 + 1.\overline{3}} = 219W$$

È evidente che la resistenza termica totale è molto più bassa di prima, mentre la potenza termica scambiata è molto più alta.

Ora calcoliamo la temperatura di parete esterna:

$$T_{pe} = T_{est} + \dot{Q} \cdot R_{conv,2} = 20 + 219 \cdot 0.212 = 66.4°C$$

La temperatura è ora molto più alta.

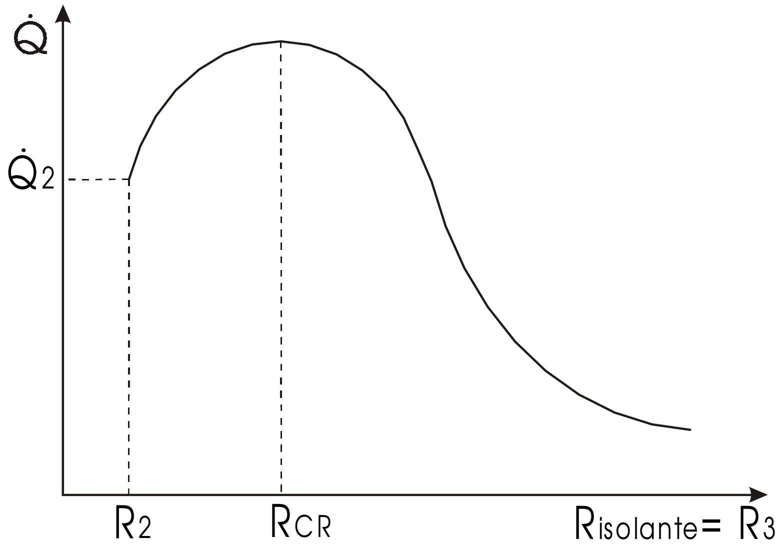
È però da sottolineare anche il fatto che sono vari i fattori che influiscono sulla possibilità di ustionarsi nel contatto con il filo. Massa, capacità termica, conducibilità sono questi fattori. Infatti, ad esempio, se la temperatura è alta e si ha un materiale a bassa conducibilità, questo, al momento del contatto, si porta alla temperatura della mano. Al contrario, il problema sussiste se la conducibilità del materiale è alta.

RAGGIO CRITICO DELL'ISOLANTE

Una guaina isolante può avere anche il potere di favorire lo scambio termico. Per ogni tubo esiste il valore del raggio critico dell'isolante, valore che produce la massima quantità di potenza scambiata e il minimo isolamento.
Riprendiamo l'espressione della potenza scambiata da un tubo avvolto da isolante:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi \cdot R_1 \cdot L \cdot (T_{\text{int}} - T_{est})}{\frac{1}{h_1} + \frac{R_1}{\lambda_1}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{\lambda_2}\ln\frac{R_3}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\cdot\frac{1}{h_3}}$$

Il grafico del raggio critico di seguito riportato esemplifica quanto sopra descritto:



All'aumentare del raggio dell'isolante si ha una diminuzione della resistenza totale, fino a quando si arriva al raggio critico. Nel tratto di curva appena descritto si ha un aumento dello scambio termico; superato questo punto la resistenza inizia ad aumentare fino a raggiungere il valore iniziale. Se aumentiamo ancora il raggio esterno del tubo isolante otteniamo un aumento pronunciato della resistenza totale, superando abbondantemente il suo valore iniziale, e facendo quindi diminuire lo scambio termico. Se quindi il raggio del tubo da isolare è maggiore del raggio critico, rivestendolo, per esempio, di polietilene, si otterrà sicuramente una diminuzione dello scambio termico con l'esterno.

A questo punto vogliamo trovare il massimo della funzione, cioè per quale valore di R si ha la potenza termica scambiata maggiore. Calcolo quindi la derivata I e la eguaglio a zero; la nostra variabile è R_3.

$$DER\left[\frac{R_1}{\lambda_2}\ln\frac{R_3}{R_2}+\frac{R_1}{R_3}\cdot\frac{1}{h_3}\right]=0$$

$$\frac{R_1}{\lambda_2}\cdot\frac{R_2}{R_3}\cdot\frac{1}{R_2}-\frac{R_1}{h_3}\cdot\frac{1}{R_3^2}=0$$

$$\frac{R_1}{\lambda_2}-\frac{R_1}{h_3}\cdot\frac{1}{R_3}=0$$

A questo punto l'espressione che da il raggio critico è:

$$R_3=R_{cr}=\frac{\lambda_2}{h_3}$$

Sottolineiamo il fatto che se abbiamo un cattivo isolante e siamo in aria ferma, il raggio critico sarà grande; al contrario, se abbiamo un buon isolante, il raggio critico sarà piccolo.
Per dimensionare bene è necessario che il raggio critico sia molto inferiore del raggio esterno del tubo:

$$\lambda_2<\frac{h_3\cdot R_2}{2}$$

Da cui segue:

$$R_{cr}<\frac{R_2}{2}$$

ESEMPIO

Riprendiamo i dati dell'esercizio 1 e calcoliamo il raggio critico:

$$R_{cr}=\frac{\lambda_2}{h_3}=\frac{0.04}{5}=0.008m$$

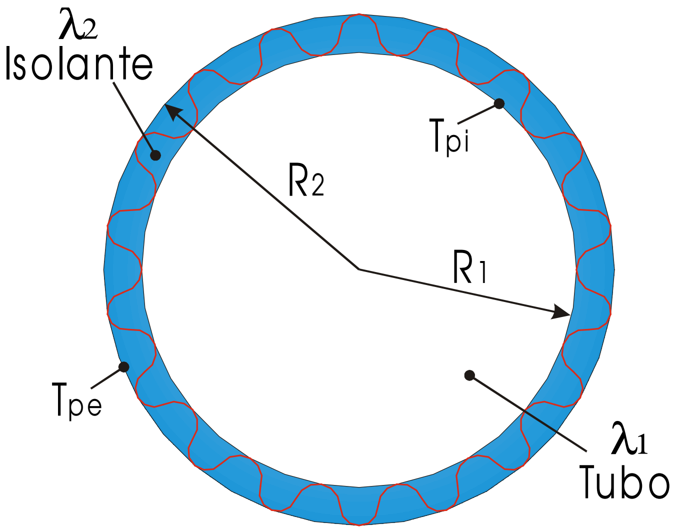
R_2 era pari a 0.105m, quindi non c'era pericolo di usare un'isolante che facesse aumentare la dispersione.
Ora usiamo λ_2=0.4W/mK; il raggio critico è:

$$R_{cr}=\frac{\lambda_2}{h_3}=\frac{0.4}{5}=0.8m$$

Abbiamo ottenuto un risultato accettabile anche questa volta.

ESERCIZIO 2

Si consideri un conduttore elettrico cilindrico di sezione $A=1mm^2$ e lunghezza $L=1m$. All'interno del cavo, percorso da corrente, viene generato calore per effetto Joule; questo calore viene disperso nell'ambiente circostante con coefficiente di convezione $h=50W/m^2K$. Il conduttore è percorso da corrente di intensità $I=5A$ e ha una resistenza per unità di lunghezza $R=1\Omega/m$. Determinare la temperatura T_{pe} della parete esterna del conduttore nel caso in cui la temperatura esterna sia $T_{est}=20°C$.



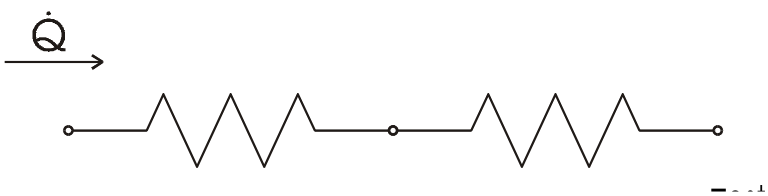
Dati:

$A=1mm^2=10^{-6}m^2$
$L=1m$
$h=50W/m^2K$
$I=5A$
$R=1\Omega/m$
$T_{est}=20°C$

Quesiti:

$T_{pe}=?$

Risoluzione:



La potenza termica dissipata, per effetto Joule, per ogni metro del conduttore è data dalla seguente espressione:

$$\dot{Q} = R \cdot i^2 = 25W$$

Conoscendo l'area della sezione del cavo cilindrico, posso ricavarne il raggio:

$$A = 1 \cdot 10^{-6} m^2 = \pi \cdot R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-6}}{3.14}} = 0.564 \cdot 10^{-3} m$$

Con la legge di Ohm termica calcolo la temperatura alla quale si porta il conduttore:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{T_p - T_{est}}{\frac{1}{h \cdot S}} = \frac{T_p - 20°C}{\frac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot R \cdot L}} \Rightarrow T_{pe} = 20 + 25 \cdot \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.564 \cdot 10^{-3} \cdot 50} = 161°C$$

Il valore ottenuto è molto alto e per questo pericoloso in caso di contatto. È quindi opportuno intervenire ricoprendo il conduttore con una guaina isolante elettricamente e conduttiva dal punto di vista termico. Utilizzo una gomma caratterizzata da una conducibilità termica λ=1 W/mK. Il raggio r_{isol} che massimizza lo scambio termico del conduttore con l'ambiente è dato dalla formula che esprime il raggio critico:

$$R_{isol} = \frac{\lambda_G}{h} = \frac{1}{50} = 0.02m$$

Nella nuova situazione la potenza termica scambiata è data da:

$$\dot{Q} = \frac{T_{pi} - T_{est}}{\ln\frac{R_{isol}}{R_{filo}} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_G \cdot L} + \frac{1}{h \cdot 2\pi \cdot R_{isol} \cdot L}} \Rightarrow T_{pi} = 20 + 25\left(\frac{\ln\frac{0.02}{0.564 \cdot 10^{-3}}}{2\pi \cdot 1 \cdot 1} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.02 \cdot 50}\right) = 38.15°C$$

da cui ricavo la nuova temperatura T_{pi}:

Si nota ora che la temperatura è molto diminuita, mentre si è mantenuta la potenza termica scambiata. La guaina ha aumentato di molto la superficie di scambio favorendo così la diminuzione di temperatura della parete.

Calcoliamo ora la temperatura esterna dell'isolante T_{pe} ricorrendo alla legge di Ohm sulla seconda resistenza:

$$\dot{Q} = \frac{T_{pe} - 20°C}{\frac{1}{h \cdot 2\pi \cdot R_{isol} \cdot L}} \Rightarrow T_{pe} = 20 + \dot{Q}\frac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.02 \cdot 1} = 23.98°C$$

Il tubo di gomma riduce sia la temperatura della parete esterna T_{pe} che quella interna T_{pi}.

Ora sostituisco la guaina di gomma con una di materiale plastico, caratterizzata da una conducibilità termica λ_p=0.1W/mK.
Calcolo il nuovo raggio ottimale, cioè il raggio critico dell'isolante:

$$R_{cr} = \frac{\lambda_p}{h} = \frac{0.1}{50} = 0.002m$$

A questo punto, mediante la legge di Ohm termica, calcolo la temperatura di parete interna T_{pi}:

$$\dot{Q} = 25W = \frac{T_{pi} - 20°C}{\frac{\ln\frac{0.002}{0.564 \cdot 10^{-3}}}{0.1 \cdot 2\pi \cdot 1} + \frac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.002 \cdot 1}} = \frac{T_{pi} - 20°C}{2.016 + 1.592} \Rightarrow T_{pi} = 20 + 25 \cdot 3.61 = 110.2°C$$

La temperatura di parete esterna T_{pe} è data dalla seguente:

$$T_{pe} = T_{est} + \dot{Q} \cdot R_2 = 20(25 \cdot 1592) = 59.8°C$$

Essa si presenta un po' alta; questo sta a significare che il materiale plastico scelto non era molto convettivo. Potrebbe essere più adatto allo scopo un materiale con una conducibilità termica λ=0.2 W/mk circa.

APPENDICE

Riportiamo qui di seguito la tabella dei coefficienti di conducibilità termica dei materiali più comuni. Come si può notare la conducibilità termica varia a seconda della temperatura. In generale essa misura l'attitudine di una data sostanza a trasmettere calore per conduzione; corrisponde al valore che può assumere in un dato intervallo di temperatura il flusso termico che lambisce la superficie di misura, sotto l'effetto della caduta di temperatura in direzione perpendicolare alla superficie.

MATERIALE	COEFFICIENTE DI CONDUCIBILITA' TERMICA [W/mK]				
	0°C	50°C	100°C	150°C	200°C
Acqua	0.54				
Alluminio	178				
Asfalto	0.55				
Basalto	1.1	2.4			
Calcestruzzo	0.7	1.2			
Cartone	0.12	0.25			
Cemento	0.8	1.1			
Ferro e acciaio	40	50			
Fibre di amianto	0.045	0.045	0.048	0.058	0.070
Gesso	0.4	0.6			
Ghiaccio	1.9				
Granito	2.7	3.5			
Lane minerali	0.030	0.035	0.040	0.047	0.057

Linoleum	0.16				
Marmo	1.8	3			
Mattoni pieni	0.6	0.9			
Mattoni forati	0.3	0.7			
Muratura di pietrame	1.2	2.1			
Pietra arenaria	1.1	1.5			
Pietra calcarea	0.6	0.8			
Piombo	30				
Polistirolo espanso	0.028				
Poliuretano espanso	0.020				
Prodotti a base di magnesia	0.040	0.045	0.052	0.057	0.063
Quercia	0.18	0.22			
Resine fenoliche espanse	0.030				
Sabbia asciutta	0.28				
Sugheri	0.040	0.050			
Vetro	0.4	0.8			
Vetro cellulare espanso	0.046				